Tableau C.2 Construction des fonctions de base des éléments finis pères unidimensionnels (2 à 4 points nodaux).

Fonctions de base des nœuds 1 *et* 2 *d'extrémité*	
$^a h_1 = 0.5\ (1 - \xi)$	$^a h_2 = 0.5\ (1 + \xi)$
Fonction de base du nœud interne 3	
$^a h_3 = 1 - \xi^2$ si le nœud 3 est présent;	sinon $^a h_3 = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds d'extrémité	
$^a h_i \leftarrow {^a h_i} - 0.5\ {^a h_3} \quad (i = 1, 2)$	
Fonction de base du nœud interne 4	
$^a h_4 = 0.5625\ (1 - \xi^2)(1 + 3\xi)$ si le nœud 4 est présent;	sinon $^a h_4 = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds d'extrémité	
$^a h_1 \leftarrow {^a h_1} - 0.25\ {^a h_3} + {^a h_4} / 3$	$^a h_2 \leftarrow {^a h_2} + 0.125\ {^a h_3} - {^a h_4} / 3$
Correction de la fonction de base du premier nœud interne	
$^a h_3 \leftarrow 1.125\ {^a h_3} - {^a h_4}$	

C.2 FONCTIONS DE BASE DES ÉLÉMENTS FINIS BIDIMENSIONNELS

C.2.1 Fonctions de base des éléments finis pères quadrangulaires

Le tableau C.3 fournit les fonctions de base $^a h_i(\xi, \eta)$ $(i = 1, 2, ..., 4\text{-}16)$ d'un *élément fini archétype de forme carrée* (linéaire à cubique) possédant de 4 à 16 points nodaux (fig. C.4a). Les coordonnées naturelles ξ et η de l'élément sont alignées sur les médianes et varient de –1 à +1.

L'existence d'un nœud d'arête 9 à 12 est soumise à la présence du nœud complémentaire 5 à 8. Pour l'élément biquadratique lagrangien à 9 points nodaux, la présence du nœud central 9 n'est autorisée que si chaque arête comporte trois points nodaux équidistants. Les nœuds internes 13 à 16 de l'élément bicubique doivent être accompagnés des douze autres nœuds de côté et être obligatoirement présents simultanément. Si un nœud de type cubique est omis sur un côté, le point nodal restant doit être centré.

C.2.2 Fonctions de base des éléments finis pères triangulaires

Les fonctions de base $^a h_i(\xi, \eta)$ $(i = 1, 2, ..., 3\text{-}10)$ d'un *élément père triangulaire rectangle* (linéaire à cubique) ayant de 3 à 10 nœuds (fig. C.4b) peuvent être obtenues à partir du tableau C.5. Le système de coordonnées naturelles ξ et η, variant de 0 à +1, a pour origine le sommet de l'angle droit.

L'existence d'un nœud d'arête 7 à 9 est soumise à la présence du point nodal complémentaire 4 à 6. Notons que la présence du nœud central 10 dans l'élément cubique n'est possible que si aucun autre point nodal n'est omis. Si un nœud de type cubique est absent sur un côté, le point nodal restant doit être centré.

Tableau C.3 Construction des fonctions de base des éléments finis pères bidimensionnels carrés (4 à 16 points nodaux).

Fonctions de base des nœuds 1 à 4 de coin		
$^ah_1 = 0.25\,(1-\xi)\,(1-\eta)$	$^ah_3 = 0.25\,(1+\xi)\,(1+\eta)$	
$^ah_2 = 0.25\,(1+\xi)\,(1-\eta)$	$^ah_4 = 0.25\,(1-\xi)\,(1+\eta)$	
Fonctions de base des nœuds 5 à 8 de côté		
$^ah_5 = 0.5\,(1-\xi^2)\,(1-\eta)$	si le nœud 5 est présent;	sinon $^ah_5 = 0$
$^ah_6 = 0.5\,(1+\xi)\,(1-\eta^2)$	si le nœud 6 est présent;	sinon $^ah_6 = 0$
$^ah_7 = 0.5\,(1-\xi^2)\,(1+\eta)$	si le nœud 7 est présent;	sinon $^ah_7 = 0$
$^ah_8 = 0.5\,(1-\xi)\,(1-\eta^2)$	si le nœud 8 est présent;	sinon $^ah_8 = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds de coin		
$^ah_1 \leftarrow {}^ah_1 - 0.5\,({}^ah_8 + {}^ah_5)$	$^ah_3 \leftarrow {}^ah_3 - 0.5\,({}^ah_6 + {}^ah_7)$	
$^ah_2 \leftarrow {}^ah_2 - 0.5\,({}^ah_5 + {}^ah_6)$	$^ah_4 \leftarrow {}^ah_4 - 0.5\,({}^ah_7 + {}^ah_8)$	
Fonction de base du nœud interne 9 (élément biquadratique lagrangien)		
$^ah_9 = (1-\xi^2)\,(1-\eta^2)$	si l'élément est biquadratique lagrangien;	sinon $^ah_9 = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds de coin et de côté		
$^ah_i \leftarrow {}^ah_i + 0.25\,{}^ah_9 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$	$^ah_i \leftarrow {}^ah_i - 0.5\,{}^ah_9 \quad (i = 5, 6, 7, 8)$	
Fonctions de base des nœuds 9 à 12 de côté		
$^ah_9 = 0.28125\,(1-\xi^2)\,(1-\eta)\,(1+3\xi)$	si le nœud 9 est présent;	sinon $^ah_9 = 0$
$^ah_{10} = 0.28125\,(1+\xi)\,(1-\eta^2)\,(1+3\eta)$	si le nœud 10 est présent;	sinon $^ah_{10} = 0$
$^ah_{11} = 0.28125\,(1-\xi^2)\,(1+\eta)\,(1-3\xi)$	si le nœud 11 est présent;	sinon $^ah_{11} = 0$
$^ah_{12} = 0.28125\,(1-\xi)\,(1-\eta^2)\,(1-3\eta)$	si le nœud 12 est présent;	sinon $^ah_{12} = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds de coin		
$^ah_1 \leftarrow {}^ah_1 + 0.125\,{}^ah_8 - 0.25\,{}^ah_5 - ({}^ah_{12} - {}^ah_9)\ /\ 3$		
$^ah_2 \leftarrow {}^ah_2 + 0.125\,{}^ah_5 - 0.25\,{}^ah_6 - ({}^ah_9 - {}^ah_{10})\ /\ 3$		
$^ah_3 \leftarrow {}^ah_3 + 0.125\,{}^ah_6 - 0.25\,{}^ah_7 - ({}^ah_{10} - {}^ah_{11})\ /\ 3$		
$^ah_4 \leftarrow {}^ah_4 + 0.125\,{}^ah_7 - 0.25\,{}^ah_8 - ({}^ah_{11} - {}^ah_{12})\ /\ 3$		
Correction des fonctions de base des nœuds de côté		
$^ah_5 \leftarrow 1.125\,{}^ah_5 - {}^ah_9$	$^ah_7 \leftarrow 1.125\,{}^ah_7 - {}^ah_{11}$	
$^ah_6 \leftarrow 1.125\,{}^ah_6 - {}^ah_{10}$	$^ah_8 \leftarrow 1.125\,{}^ah_8 - {}^ah_{12}$	

Tableau C.3 (suite)

Fonctions de base des nœuds internes 13 à 16		
$^ah_{13} = 81\,(1-\xi^2)\,(1-3\xi)\,(1-\eta^2)\,(1-3\eta)\,/\,256$	si le nœud 13 est présent;	sinon $^ah_{13} = 0$
$^ah_{14} = 81\,(1-\xi^2)\,(1+3\xi)\,(1-\eta^2)\,(1-3\eta)\,/\,256$	si le nœud 14 est présent;	sinon $^ah_{14} = 0$
$^ah_{15} = 81\,(1-\xi^2)\,(1+3\xi)\,(1-\eta^2)\,(1+3\eta)\,/\,256$	si le nœud 15 est présent;	sinon $^ah_{15} = 0$
$^ah_{16} = 81\,(1-\xi^2)\,(1-3\xi)\,(1-\eta^2)\,(1+3\eta)\,/\,256$	si le nœud 16 est présent;	sinon $^ah_{16} = 0$

Correction des fonctions de base des nœuds de coin

$$^ah_1 \leftarrow {}^ah_1 + 4\,(\;{}^ah_{13} + 0.5\,{}^ah_{14} + 0.25\,{}^ah_{15} + 0.5\,{}^ah_{16}\,)\,/\,9$$
$$^ah_2 \leftarrow {}^ah_2 + 4\,(\,0.5\,{}^ah_{13} + {}^ah_{14} + 0.5\,{}^ah_{15} + 0.25\,{}^ah_{16}\,)\,/\,9$$
$$^ah_3 \leftarrow {}^ah_3 + 4\,(0.25\,{}^ah_{13} + 0.5\,{}^ah_{14} + {}^ah_{15} + 0.5\,{}^ah_{16}\,)\,/\,9$$
$$^ah_4 \leftarrow {}^ah_4 + 4\,(\,0.5\,{}^ah_{13} + 0.25\,{}^ah_{14} + 0.5\,{}^ah_{15} + {}^ah_{16}\,)\,/\,9$$

Correction des fonctions de base des nœuds de côté

$^ah_5 \leftarrow {}^ah_5 - (2\,{}^ah_{13} + {}^ah_{16})\,/\,3$	$^ah_9 \leftarrow {}^ah_9 - (2\,{}^ah_{14} + {}^ah_{15})\,/\,3$
$^ah_6 \leftarrow {}^ah_6 - (2\,{}^ah_{14} + {}^ah_{13})\,/\,3$	$^ah_{10} \leftarrow {}^ah_{10} - (2\,{}^ah_{15} + {}^ah_{16})\,/\,3$
$^ah_7 \leftarrow {}^ah_7 - (2\,{}^ah_{15} + {}^ah_{14})\,/\,3$	$^ah_{11} \leftarrow {}^ah_{11} - (2\,{}^ah_{16} + {}^ah_{13})\,/\,3$
$^ah_8 \leftarrow {}^ah_8 - (2\,{}^ah_{16} + {}^ah_{15})\,/\,3$	$^ah_{12} \leftarrow {}^ah_{12} - (2\,{}^ah_{13} + {}^ah_{14})\,/\,3$

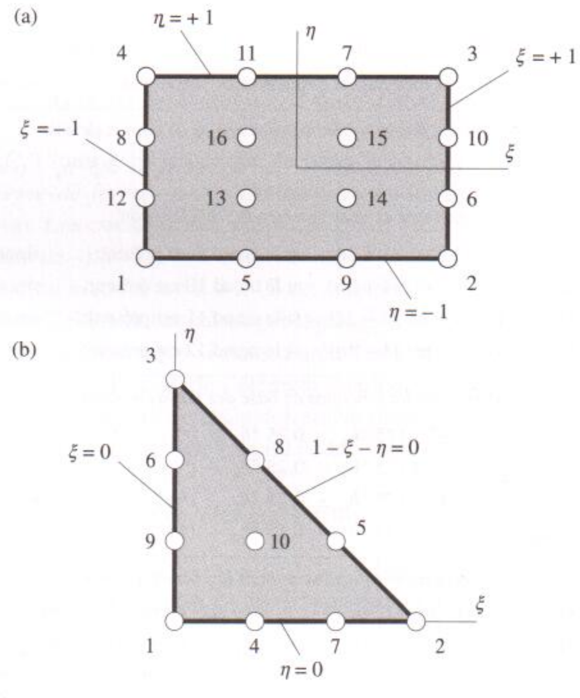

Fig. C.4 Eléments finis pères (a) carré (4 à 16 points nodaux) et (b) triangulaire (3 à 10 points nodaux).

Tableau C.5 Construction des fonctions de base des éléments finis pères bidimensionnels triangulaires (3 à 10 points nodaux).

Fonctions de base des nœuds 1 à 3 de sommet		
${}^a h_1 = 1 - \xi - \eta$	${}^a h_2 = \xi$	${}^a h_3 = \eta$
Fonctions de base des nœuds 4 à 6 de côté		
${}^a h_4 = 4\,\xi\ (1 - \xi - \eta)$	si le nœud 4 est présent;	sinon ${}^a h_4 = 0$
${}^a h_5 = 4\,\xi\ \eta$	si le nœud 5 est présent;	sinon ${}^a h_5 = 0$
${}^a h_6 = 4\,\eta\ (1 - \xi - \eta)$	si le nœud 6 est présent;	sinon ${}^a h_6 = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds de sommet		
${}^a h_1 \leftarrow {}^a h_1 - 0.5\ ({}^a h_6 + {}^a h_4)$	${}^a h_2 \leftarrow {}^a h_2 - 0.5\ ({}^a h_4 + {}^a h_5)$	
${}^a h_3 \leftarrow {}^a h_3 - 0.5\ ({}^a h_5 + {}^a h_6)$		
Fonctions de base des nœuds 7 à 9 de côté		
${}^a h_7 = -4.5\,\xi\ (1 - \xi - \eta)\ (1 - 3\xi - 3\eta)$	si le nœud 7 est présent;	sinon ${}^a h_7 = 0$
${}^a h_8 = 4.5\,\xi\ \eta\ (2 - 3\xi)$	si le nœud 8 est présent;	sinon ${}^a h_8 = 0$
${}^a h_9 = 4.5\,\eta\ (1 - \xi - \eta)\ (2 - 3\eta)$	si le nœud 9 est présent;	sinon ${}^a h_9 = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds de sommet		
${}^a h_1 \leftarrow {}^a h_1 + 0.125\ {}^a h_6 - 0.25\ {}^a h_4 - ({}^a h_9 - {}^a h_7)\ /\ 3$		
${}^a h_2 \leftarrow {}^a h_2 + 0.125\ {}^a h_4 - 0.25\ {}^a h_5 - ({}^a h_7 - {}^a h_8)\ /\ 3$		
${}^a h_3 \leftarrow {}^a h_3 + 0.125\ {}^a h_5 - 0.25\ {}^a h_6 - ({}^a h_8 - {}^a h_9)\ /\ 3$		
Correction des fonctions de base des nœuds de côté		
${}^a h_4 \leftarrow 1.125\ {}^a h_4 - {}^a h_7$	${}^a h_5 \leftarrow 1.125\ {}^a h_5 - {}^a h_8$	${}^a h_6 \leftarrow 1.125\ {}^a h_6 - {}^a h_9$
Fonction de base du nœud interne 10		
${}^a h_{10} = 27\ \xi\ \eta\ (1 - \xi - \eta)$	si le nœud 10 est présent;	sinon ${}^a h_{10} = 0$
Correction des fonctions de base des nœuds de sommet et de côté		
${}^a h_i \leftarrow {}^a h_i + {}^a h_{10}\ /\ 6 \quad (i = 1, 2, 3)$	${}^a h_i \leftarrow {}^a h_i - 0.5\ {}^a h_{10} \quad (i = 7, 8, 9)$	

C.3 FONCTIONS DE BASE DES ÉLÉMENTS FINIS TRIDIMENSIONNELS

C.3.1 Fonctions de base des éléments finis pères hexaédriques

La construction des fonctions de base ${}^a h_i(\xi, \eta, \zeta)$ $(i = 1, 2, ..., 8\text{-}27)$ d'un *élément archétype cubique* (linéaire ou quadratique) possédant de 8 à 27 points nodaux (fig. C.6) est établie sous forme schématique au tableau C.7. Il est à noter que les coordonnées intrinsèques ξ, η et ζ sont alignées sur les médianes de l'élément et varient de -1 à $+1$.